Premium e-Journal of Social Sciences

Premium Sosyal Bilimler E-Dergisi
Uluslararası Hakemli Dergi- International Refereed Journal
ISSN: 2687-5640

Received / Makale Geliş Tarihi 09.01.2024
Published / Yayınlanma Tarihi 29.02.2024
Volume (Issue) Cilt (Sayı) 8 (39)
pp / ss 271-275

Research Article /Araştırma Makalesi
10.5281/zenodo.10760232
Mail: editor@pejoss.com

Nida Metin
https://orcid.org/0009-0001-1666-9353
Milli Eğitim Bakanlığı, Adana / TÜRKİYE

Didem Erdoğan
https://orcid.org/0009-0005-7084-8300
Milli Eğitim Bakanlığı, Adana / TÜRKİYE

Semra Ümütçü
https://orcid.org/0009-0004-3842-9600
Milli Eğitim Bakanlığı, Adana / TÜRKİYE

Egemen Özden
https://orcid.org/0009-0008-6793-5261
Milli Eğitim Bakanlığı, Adana / TÜRKİYE

Metin Türkmen
https://orcid.org/0009-0005-4843-1592
Milli Eğitim Bakanlığı, Adana / TÜRKİYE

Zeynep Bolat
https://orcid.org/0009-0001-9723-6778
Milli Eğitim Bakanlığı, Adana / TÜRKİYE

Ardışık Pozitif Tam Sayılar Kümesinde Geniş Açılı Üçgen Bölümleri

Wide Angle Triangle Sections In The Set Of Consequential Positive Integers

ÖZET

Çalışmada üçgen eşitsizliği ve geniş açılı üçgen eşitsizliği göz önüne alınmıştır. Pozitif ardışık sayılar kümesinden seçilen sıralı üçlüler ile geniş açılı üçgen bölümleri oluşturulmuştur.
Ayrıca en küçük k değerinin üst ve alt sınırları ve k'nin tüm değerlerinin üst ve alt sınırları belirli bir n değeri için belirlenmiştir.
Hipotez: k pozitif bir tamsayıdır. $\{k, k+1, \ldots 3n+k-1\}$ kümesinin üç elemanlı alt kümelerinden seçilecek sıralı üçlüler ile geniş açılı bir üçgen oluşturulabilir. n elemanlı kümeleri A_k olarak alalım;

$$A_{k,n} = \{k, k+1, \ldots, k+n-1\}$$
$$B_{k,n} = \{k+n, k+n+1, \ldots, k+2n-1\}$$
$$C_{k,n} = \{k+2n, k+2n+1, \ldots, k+3n-1\}$$

$\{(a_i, b_i, c_i) | \forall i, a_i \in A, b_i \in B, c_i \in C\}$ olmak üzere (a_i,b_i,c_i)(c_i max)geniş açılı bir üçgenin kenar uzunlukları olsun o halde $(a_i, b_i + k, c_i + k)$ geniş açılı bir üçgendir.

$$a_i + (b_i + k) > (c_i + k) \text{ ve } (c_i + k)^2 > {a_i}^2 + (b_i + k)^2 \text{ dir.}$$

Çalışma ile ardışık pozitif tamsayılar kümesinde geniş açılı üçgen bölümleri veren genel bir yöntemin olduğu ispatlanmış olur.
Anahtar Kelimeler: Pozitif Ardışık Tamsayılar, Geniş Açılı Üçgen eşitsizliği, Geniş Açılı Üçgen Bölümleri.

ABSTRACT

Triangle inequality and obtuse angle triangle inequality were taken into consideration in the study. Wide-angle triangle sections were created with ordered triples selected from the set of positive consecutive numbers.
Additionally, the upper and lower bounds of the smallest value of k and the upper and lower bounds of all values of k are determined for a given value of n.
Hypothesis: k is a positive integer. $\{k, k+1, \ldots 3n+k-1\}$ We can create an obtuse triangle with ordered triples selected from three-element subsets of the set. Let's take the sets with n elements as Ak;

$$A_{k,n} = \{k, k+1, \ldots, k+n-1\}$$
$$B_{k,n} = \{k+n, k+n+1, \ldots, k+2n-1\}$$
$$C_{k,n} = \{k+2n, k+2n+1, \ldots, k+3n-1\}$$

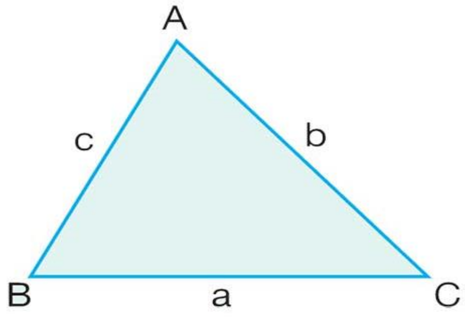
$\{(a_i, b_i, c_i) | \forall i, a_i \in A, b_i \in B, c_i \in C\}$ Let (ai,bi,ci)(ci max) be the side lengths of an obtuse-angle triangle, then $(a_i, b_i + k, c_i + k)$ is an obtuse-angled triangle.

$a_i + (b_i + k) > (c_i + k)$ and $(c_i + k)^2 > {a_i}^2 + (b_i + k)^2$ is.

With this study, it is shown that there is a general method that gives obtuse angle triangle sections in the set of consecutive positive integers.
Keywords: Positive Consecutive Integers, Obtuse Triangle Inequality, Obtuse Triangle Sections.

1. GİRİŞ

Düzlemde doğrusal olmayan üç noktayı birleştiren üç doğru parçasının birleşimine üçgen denir (Uygun ve Akyüz, 2016).



Şekil 1. Üçgen

Düzlem geometrisinin temel şekillerinden biridir. Bir üçgenin üç köşesi ve bu köşeleri birleştiren doğru parçalarından oluşan üç kenarı vardır. Bir üçgenin iç açılarının toplamı 180°, dış açılarının toplamı 360°'dir (Yurtyapan ve Karataş, 2020).

[AB]U[AC]U[BC]=ABC

Burada; A, B ve C noktaları üçgenin köşeleri ve [AB], [BC] ve [AC] doğru parçaları üçgenin kenarlarıdır. a, b ve c üçgenin kenar uzunluklarıdır.

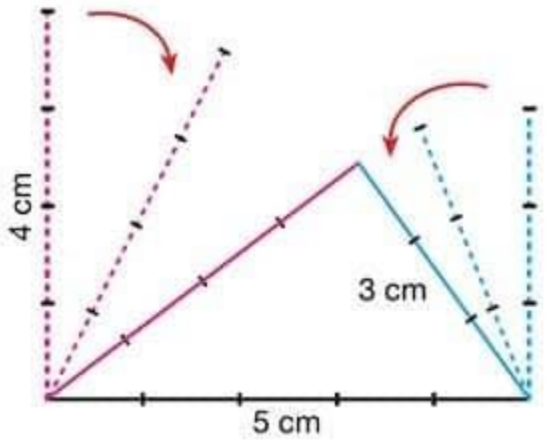
Bir üçgende bir kenarın uzunluğu diğer iki kenarın uzunlukları toplamından küçük, farkının mutlak değerinden büyüktür. Bu eşitsizliğe üçgen eşitsizliği denir (Türnüklü, 2010).

$a + b > c > |a-b|$

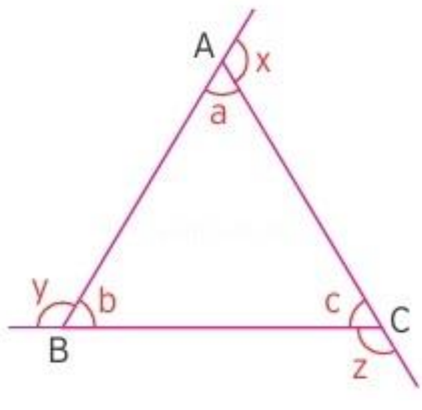
$a + c > b > |a-c|$

$b + c > a > |b-c|$ olur.

Üç tane doğru parçasını uç uca ekleyerek üçgen elde etmek istiyorsak bu doğru parçalarından herhangi birinin uzunluğu, diğer ikisinin uzunluğunun toplamından kısa, farkından uzun olmalıdır.



Şekil 2. Üçgen Eşitsizliği Örneği

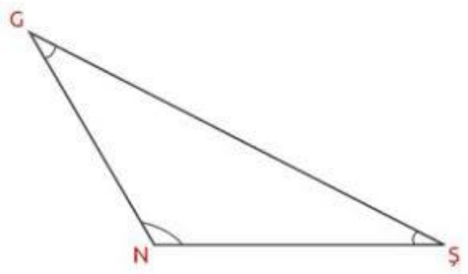


Şekil 3. Üçgende Açılar

Küçük harfle gösterilen a, b, ve c üçgenin iç açılarıdır. Yine aynı şekilde x, y ve z de üçgenin dış açılarıdır. Üçgende iç ve dış açılar, kenarlar temel elemanlardır. Üçgenin iç açıları toplamı ($a+b+c= 180^0$) 180^0 dir. Dış açıları toplamı ($x+y+z=360^0$) ise 360^0 dir.

Kenarlarına göre üçgenler; eşkenar, ikizkenar ve çeşitkenar olmak üzere 3 çeşittir.

Açılarından biri 90 dereceden büyük (geniş açı) olan üçgene geniş açılı üçgen denir. Bir üçgende yalnız bir açının ölçüsü geniş açı olur (Uygun ve Akyüz, 2016).



Şekil 4. Geniş Açılı Üçgen

1.1. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmada ardışık pozitif tam sayılardan oluşan bir kümeden alınacak sıralı üçlüler ile geniş açılı üçgen bölümleri oluşturmak amaçlanmıştır.

k pozitif bir tamsayı olmak üzere $\{k, k+1, \ldots 3n+k-1\}$ kümesinin üç elemanlı alt kümelerinden seçilecek sıralı üçlüler ile hangi k değeri ile geniş açılı bir üçgen oluşturulabilir.

1.2. Tanımlar

k pozitif bir tamsayıdır. $\{k, k+1, \ldots 3n+k-1\}$ kümesinin üç elemanlı alt kümelerinden herhangi alt kümenin elemanları ile geniş açılı bir üçgen oluşturulabilir. n elemanlı kümeleri A_k olarak alalım;

a)

$$A_{k,n} = \{k, k+1, \ldots, k+n-1\}$$
$$B_{k,n} = \{k+n, k+n+1, \ldots, k+2n-1\}$$
$$C_{k,n} = \{k+2n, k+2n+1, \ldots, k+3n-1\}$$

b) Sıralı üçlüler: $\{(a_i, b_i, c_i) | \forall i, a_i \in A, b_i \in B, c_i \in C\}$

c) $d_{D^1} = D$ kümesindeki sıralı üçlülerin oluşturduğu geniş açılı üçgenlerin en uzun kenarının karesidir.

d) $d_{ha} =$ Geniş açılı üçgeni oluşturan sıralı üçlülerde uzun kenarın karesinden kısa kenarların karelerinin çıkarılmasıyla oluşan farkların en küçüğüdür.

e) Belirli bir negatif olmayan tam sayı için a,y $(y < a)$ ise (a, a+x+y,2a+x) dir. İçindeki x değeri ise geniş üçgenin en küçük tam sayısıdır.

f) O_a sayısı = En kısa kenarları olan geniş üçgenlerle oluşturulmuş yapıdır.

2. YÖNTEM

Çalışmada üçgen eşitsizliği ve geniş açılı üçgen eşitsizliği göz önüne alınmıştır. Pozitif ardışık sayılar kümesinden seçilen sıralı üçlüler ile geniş açılı üçgen bölümleri oluşturulmuştur.

3. BULGULAR

Hipotez: k pozitif bir tamsayıdır. $\{k, k+1, \ldots 3n+k-1\}$ kümesinin üç elemanlı alt kümelerinden seçilecek sıralı üçlüler ile geniş açılı bir üçgen oluşturulabilir. n elemanlı kümeleri A_k olarak alalım;

$$A_{k,n} = \{k, k+1, \ldots, k+n-1\}$$
$$B_{k,n} = \{k+n, k+n+1, \ldots, k+2n-1\}$$
$$C_{k,n} = \{k+2n, k+2n+1, \ldots, k+3n-1\}$$

$\{(a_i, b_i, c_i) | \forall i, a_i \in A, b_i \in B, c_i \in C\}$ olmak üzere $(a_i,b_i,c_i)(c_i$ max) geniş açılı bir üçgenin kenar uzunlukları olsun o halde $(a_i, b_i + k, c_i + k)$ geniş açılı bir üçgendir.

$$a_i + (b_i + k) > (c_i + k) \text{ ve } (c_i + k)^2 > {a_i}^2 + (b_i + k)^2 \text{ dir.}$$

İspat: n=1,2,3 olsun oluşacak geniş açılı üçgen kenar uzunlukları {(2,3,4)},{(2,4,5),{(3,6,7)},{(2,5,6)},(3,7,8),(4,9,10)}olur.

$n \geq 4$ olduğunu düşünürsek

(I) 2|n ise

$$D=\begin{Bmatrix} 2+\frac{1}{2}n, 2+\frac{1}{2}n+1, \dots, 2+n-1, \\ 2+2n, 2+2n+1, \dots, 2+\frac{5}{2}n-1 \\ 2+\frac{5}{2}n, 2+\frac{5}{2}n+1, \dots, 2+3n-1 \end{Bmatrix} = olduğunu\ düşünürsek$$

D kümesinden alınacak 3 kenar $\left\{\left(2+\frac{1}{2}n+k, 2+2n+k, 2+\frac{5}{2}n+k\right)\right\}$

Nedeniyle $\left(2+\frac{1}{2}n+k\right)+(2+2n+k)>\left(2+\frac{5}{2}n+k\right)$ üçgeni oluşur.

Bu üçgen $\left(2+\frac{5}{2}n+k\right)^2>\left(2+\frac{1}{2}n+k\right)^2+(2+2n+k)^2$ olduğundan geniş açılı bir üçgendir.

$\forall\, 0\le k\le\frac{1}{2}n-1\ ve\ \left(\sqrt{2}-\frac{1}{2}\right)n>1$ için $2n^2>(2+k)^2$ dir.

D ile geniş açılı üçgen oluşturulabilir.

II) 2 ∤ n ise

$$D=\begin{Bmatrix} 2+\frac{1}{2}n-\frac{1}{2}, 2+\frac{1}{2}n+\frac{1}{2}, \dots, 2+n-1, \\ 2+2n-1, 2+2n+1, \dots, 2+\frac{5}{2}n-\frac{3}{2}, \\ 2+\frac{5}{2}n-\frac{1}{2}, 2+\frac{5}{2}n+\frac{1}{2}, \dots, 2+3n-1 \end{Bmatrix}$$

D kümesinden alınacak 3 kenar $\left\{\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{2}n+k, 1+2n+k, \frac{3}{2}+\frac{5}{2}n+k\right)\right\}$

Nedeniyle $\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{2}n+k\right)+(1+2n+k)>\left(\frac{3}{2}+\frac{5}{2}n+k\right)$ üçgeni oluşur

Bu üçgen $\left(\frac{3}{2}+\frac{5}{2}n+k\right)^2>\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{2}n+k\right)^2+(1+2n+k)^2$ olduğundan geniş açılı bir üçgendir.

$\forall\, 0\le k\le\frac{1}{2}n-\frac{1}{2}$ ve $\frac{7}{4}n^2+\frac{3}{2}n>\frac{1}{4}$ için $2n^2+2n>(1+k)^2$ dir.

Bu nedenle D ile geniş açılı üçgen oluşturulabilir

Kolayca anlaşılması için örnek verelim $S=\{2,3\dots37\}$ ve n = 12 olsun

$$D=\begin{Bmatrix} 2+\frac{1}{2}\mathrm{n}, 2+\frac{1}{2}\mathrm{n}+1, \dots, 2+\mathrm{n}-1, \\ 2+2\mathrm{n}, 2+2\mathrm{n}+1, \dots, 2+\frac{5}{2}\mathrm{n}-1 \\ 2+\frac{5}{2}\mathrm{n}, 2+\frac{5}{2}\mathrm{n}+1, \dots, 2+3\mathrm{n}-1 \end{Bmatrix}$$

$\mathrm{D}=\begin{Bmatrix} 8,9,10,11,12,13 \\ 26,27,28,29,30,31 \\ 32,33,34,35,36,37 \end{Bmatrix}$ olduğunu görüyoruz.

D kümesinden oluşturulacak sıralı üçlülerin

$$\{(8,26,32),(9,27,33),(10,28,34),(11,29,35),(12,30,36),(13,31,37)\}$$

geniş açılı üçgen oluşturduğu görülmektedir. S kümesinden seçilemeyen elemanların $\{2,3,4,5,6,7,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25\}$ olduğu görülmektedir.

$\{2,3,4,5,6,7,8,9,10\dots19\}$ kümesinde n = 6 alalım

$\mathrm{D}_1=\begin{Bmatrix} 5,6,7 \\ 14,15,16 \\ 17,18,19 \end{Bmatrix}$ olur.

D_1 kümesinden oluşturulacak sıralı üçlülerin $\{(5,14,17),(6,15,18),(7,16,19)\}$ geniş açılı üçgen oluşturduğu görülmektedir. S kümesinden seçilemeyen elemanların $\{2,3,4,20,21,22,23,24,25\}$ olduğu görülmektedir.

$\{2,3,4,5,6 \ldots 10\}$ kümesinde n = 3 alalım $\{(2,5,6)(3,7,8)(4,9,10)\}$ geniş açılı üçgen oluşturduğu görülmektedir.

$\{(5,14,17),(6,15,18)(7,16,19)\}$ ve $\{(2,5,6)(3,7,8)(4,9,10)\}$ geniş açılı üçgenleri ile birlikte S kümesinde kullanılmayan elemanı kalmamıştır. Sonuç olarak S kümesinin tüm üç elemanlı alt kümeleri ile ;

$$\{(2,14,15),(3,16,17),(4,18,19),(5,20,23),(6,21,24),(7,22,25),$$
$$(8,26,32),(9,27,33),(10,28,34),(11,29,35),(12,30,36),(13,31,37)\}$$

geniş açılı üçgenleri veren sıralı üçlüler elde edilir.

4. SONUÇ VE TARTIŞMA

k pozitif bir tamsayıdır. $\{k, k+1, \ldots 3n+k-1\}$ kümesinin üç elemanlı alt kümelerinden seçilecek sıralı üçlüler ile geniş açılı bir üçgen oluşturabiliriz. n elemanlı kümeleri A_k olarak alalım;

$$A_{k,n} = \{k, k+1, \ldots, k+n-1\}$$
$$B_{k,n} = \{k+n, k+n+1, \ldots, k+2n-1\}$$
$$C_{k,n} = \{k+2n, k+2n+1, \ldots, k+3n-1\}$$

$\{(a_i, b_i, c_i) | \forall i, a_i \in A, b_i \in B, c_i \in C\}$ olmak üzere $(a_i,b_i,c_i)(c_i$ max) geniş açılı bir üçgenin kenar uzunlukları olsun o halde ($a_i, b_i + k, c_i +$ k) geniş açılı bir üçgendir.

$$a_i + (b_i + k) > (c_i + k) \text{ ve } (c_i + k)^2 > {a_i}^2 + (b_i + k)^2 \text{ dir.}$$

Çalışma ile ardışık pozitif tamsayılar kümesinde geniş açılı üçgen bölümleri veren genel bir yöntemin olduğu ispatlanmış olur.

5. ÖNERİLER

Bu çalışma ile verilen bir kümenin en küçük elemanı k için $M_k=V_k$ dir sonucuna ulaşılmıştır. Fakat büyük olan k değerleri için de $S_{k,c}$ geniş açılı üçgen değerleri bulmak istenebilir. M_k'nın benzer bir yaklaşım ile bulunabileceğini tahmin ediyoruz. Ardışık tamsayılarda dar açılı ve dik açılı üçgenleri veren bölümler incelenebilir.

KAYNAKLAR

Türnüklü, E. (2010). Üçgen eşitsizliğini oluşturmada karşılaşılan bazı engeller. *Eğitim ve Bilim*, *34*(152), 88-101.

Uygun, T. & Akyüz, D. (2016). Ortaokul Matematik Öğretmeni Adaylarının Üçgenler Konusunda Tanım Oluşturma Sürecindeki Öğrenmeleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *16*(4), 2002-2022.

Yurtyapan, M. İ., & Karataş, İ. (2020). Ortaokul matematik öğretmenlerinin üçgenler ve dörtgenler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, *11*(1), 53-90.